4MM106

Závěrečný test

$\boxed{1.}$ Vyjádřete vektor u jako lineární kombinaci vektorů u_1, u_2

$$u = (1, 0, 3)\,, \quad u_1 = (2, -1, 3)\,, \quad u_2 = (3, -2, 4)\,.$$

$\boxed{2.}$ Cramerovým pravidlem (pomocí determinantů) vypočtěte x_3 ze soustavy

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &= 7\,, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 3\,, \\ x_1 \phantom{{}-2x_2{}} + 3x_3 &= -3\,. \end{aligned}$$

$\boxed{3.}$ Určete všechny hodnoty reálného parametru a tak, aby platilo

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{4n^2 - 3}{1 - 2n} + an \right) = \infty\,.$$

$\boxed{4.}$ Najděte Taylorův polynom[1] T_3 pro funkci

$$f(x) = \sin 2x \qquad \text{v bodě} \quad a = 0\,.$$

$\boxed{5.}$ Najděte intervaly, ve kterých je daná funkce konvexní, resp. konkávní

$$f(x) = (x + 3)\mathrm{e}^{-x}\,.$$

$\boxed{6.}$ Najděte vázané extrémy funkce

$$f(x, y) = xy - 3 \qquad \text{při vazební podmínce} \quad x^2 + 4y^2 = 8\,.$$

$\boxed{7.}$ Vypočtěte integrál

$$\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x^2}\,\mathrm{d}x\,.$$

$\boxed{8.}$ Najděte partikulární řešení vyhovující dané počáteční podmínce

$$y' - 5y = \mathrm{e}^{4x}\,, \qquad y(0) = 2\,.$$

---

[1] $T_3(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x - a)^3\,.$